

BERGH; Felipe Maues¹, ÁVILA; Antonio Ferreira²

RESUMO

1. RESUMO

O escopo deste trabalho é a descrição e avaliação de estudos aplicados na validação metodológica de simulações por elementos finitos, nas quais se pretende usar as propriedades da borracha natural. A análise planar (2D) refere-se à análise de um tubo cilíndrico de paredes grossas. Nela, foram usados elementos axissimétricos lineares híbridos do tipo CAX4H para a simulação virtual. O modelo hiperelástico utilizado foi o polinomial de segunda ordem e as constantes de material foram obtidas do estudo de Han, Duan e Wang (2020). O erro 2D atingiu um valor máximo de 1,3% em relação ao valor analítico de tensão radial e não ultrapassou 0,33% em relação às tensões axial e tangencial. A análise volumétrica (3D) refere-se à deformação homogênea de um cubo de dimensão unitária submetido a tração uniaxial. A malha tridimensional utilizou elementos de formulação linear e integração reduzida do tipo C3D8R. O comportamento do material foi calculado pelos modelos hiperelásticos de Yeoh e de Arruda-Boyce, cujo ajuste foi feito a partir dos dados experimentais de Treloar (1940). O erro relativo da simulação 3D pelo modelo de Arruda-Boyce apresentou um pico de 5,2%, enquanto o modelo de Yeoh teve um pico de 3,8%. Com base nos resultados obtidos, corrobora-se ser possível a validação metodológica da análise de elementos finitos da borracha natural, ao se replicar os resultados dos estudos 2D e 3D apresentados neste trabalho.

2. ABSTRACT

The scope of this work is the description and evaluation of studies applied to the methodological validation of finite element simulations, in which there is an intention to use the properties of natural rubber. The planar analysis (2D) refers to the analysis of a cylindrical tube with thick walls. In it, hybrid linear axisymmetric elements of the type CAX4H were used for the virtual simulation. The hyperelastic model used was the second order polynomial and the material constants were obtained from the study by Han, Duan and Wang (2020). The 2D error reached a maximum value of 1.3% in relation to the analytical value of radial stress and did not exceed 0.33% in relation to the axial and tangential stresses. The volumetric analysis (3D) refers to the homogeneous deformation of a unit-sized cube subjected to uniaxial tension. The three-dimensional mesh used elements of linear formulation and reduced integration of the type C3D8R. The behavior of the material was calculated using the hyperelastic models of Yeoh and Arruda-Boyce, whose curve fit was based on the experimental data of Treloar (1940). The relative error of the 3D simulation by the Arruda-Boyce model peaked at 5.2%, while the Yeoh model peaked at 3.8%. Based on the results obtained, it is confirmed that the methodological validation of the natural rubber finite element analysis can be done by replicating the results of the 2D and 3D studies presented in this work.

3. INTRODUÇÃO

Componentes mecânicos de borracha apresentam dificuldades intrínsecas na sua concepção e desenvolvimento devido ao comportamento elástico não linear desse tipo de material (HOLZAPFEL, 2000). Uma ferramenta amplamente utilizada para o projeto de peças de borracha é o Método dos Elementos Finitos (MEF), que permite a simulação do comportamento do componente sob vários tipos de carregamentos.

¹ Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais, fbergh@gmail.com

² Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais, avila@demec.ufmg.br

O software de elementos finitos requer que o usuário escolha um modelo constitutivo hiperelástico que consiga simular adequadamente o comportamento tensão-deformação do material ao longo da faixa esperada de frequências, amplitudes de deformação e temperaturas (OSTERLOF; WENTZEL; KARI, 2015). Esses modelos constitutivos são frequentemente expressos em termos de uma função de energia de deformação, cujas variáveis independentes são tipicamente os invariantes do tensor de deformações ou os alongamentos principais (BORTOLI et al., 2011). Esta função é um fator importante para descrever a relação tensão-deformação do material e possui múltiplos parâmetros incluídos em sua formulação, que são chamados de constantes do material. O cálculo dessas constantes é feito ajustando pontos de dados experimentais à curva teórica fornecida por um modelo. Destrade (2017) afirma que, embora o ajuste de dados experimentais seja um procedimento básico, ainda é motivo de debate no estudo da mecânica da borracha. Após a seleção do modelo constitutivo do material, é necessário executar a validação metodológica, visando assegurar que os procedimentos aplicados nas simulações via MEF serão capazes de fornecer resultados adequados. Tal validação é possível por meio da replicação de resultados relatados anteriormente na literatura especializada (HAN; DUAN; WANG, 2020). No presente trabalho, foram selecionados dois estudos de validação: um envolvendo análise planar (2D) e o outro, volumétrica (3D), visando possibilitar análises via MEF em ambas as condições.

4. METODOLOGIA

A validação da metodologia de análise em 2D foi realizada com base no estudo de Han, Duan e Wang (2020), o qual avalia a distribuição de tensões em um tubo cilíndrico de borracha, de 200 mm de comprimento, 5 mm de espessura e raio externo de 20 mm. No estudo, deduz-se a solução analítica para a distribuição de tensões ao longo da espessura do cilindro, considerando uma deformação de 10 mm no seu raio interno, resultante da imposição de uma pressão interna de 0,03 MPa e uma carga axial de 100 kN. O modelo de elementos finitos proposto pelos autores foi elaborado com elementos axissimétricos em 2D, devido à simetria e à uniformidade de deformação axial. A malha foi composta por 22 nós e 10 elementos axissimétricos lineares híbridos do tipo CAX4H, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 Malha de elementos finitos em 2D do estudo de validação metodológica

O modelo hiperelástico utilizado foi o polinomial de segunda ordem, o qual utiliza cinco constantes em sua formulação. Os valores das constantes de material utilizadas por Han, Duan e Wang (2020) são mostrados abaixo.

Tabela 1 Parâmetros de material utilizados no estudo de validação

Como condições de contorno para a simulação, aplicou-se um deslocamento radial de 10 mm nos dois nós da parede interna do cilindro, restringindo-se a movimentação axial em todos os nós. Por meio desse procedimento, foi possível determinar os valores de tensão radial, axial e tangencial em todos os nós integrantes da malha. Para a apresentação dos resultados e sabendo que nós de mesma coordenada radial apresentam os mesmos valores de tensão na situação avaliada, considerou-se o nó 1 como aquele situado na parede interna do tubo, com numeração crescente ao longo da parede do tubo até o nó 11, localizado na parede externa. A comparação entre os valores obtidos analiticamente por Han, Duan e Wang (2020) e aqueles obtidos na validação do presente trabalho são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 Comparação das tensões na parede do cilindro

O erro relativo encontrado no estudo de validação em 2D atingiu um valor máximo de 1,3%, considerando o componente radial da tensão no décimo nó. Já nos componentes axial e tangencial da tensão, o erro relativo encontrado não superou 0,33% em nenhum dos nós. A magnitude reduzida do erro relativo revelou que a metodologia de simulação em 2D foi satisfatória para reproduzir o comportamento exato do cilindro de borracha (solução analítica).

O procedimento usado para a validação da metodologia de análise em 3D foi extraído do ABAQUS Benchmarks Manual. Nele, testa-se o caso de deformação homogênea de um cubo de dimensão unitária submetido a tração uniaxial. O comportamento do material foi calculado pelos modelos de Yeoh e de Arruda-Boyce. A malha tridimensional foi elaborada com elementos do tipo C3D8R, cuja formulação é linear e de integração reduzida. Como input para a determinação dos coeficientes de material, foram utilizados os valores de tensão e deformação obtidos nos testes uniaxial, biaxial, planar e volumétrico realizados por Treloar (1940).

Na simulação, os valores de tensão são fornecidos em Pascal, assumindo-se que o material possui uma densidade 1000 kg/m³. Como condição de contorno, foi imposto um estado de tração uniaxial simples no cubo, até atingir uma deformação de 600%. A velocidade de alongamento foi incrementada como uma função rampa, saindo de 0 a 6 m/s em 2 segundos.

Figura 2 Estados inicial e deformado do cubo unitário utilizado no estudo de validação em 3D

Os valores de tensão e deformação calculados por meio dos modelos Arruda-Boyce e Yeoh, assim como o erro relativo associado a eles, são apresentados graficamente nas Figuras 3 e 4.

Figura 3 Curvas de tensão-deformação geradas no estudo de validação em 3D

Figura 4 Erro relativo associado ao estudo de validação em 3D

Dentre os dois modelos avaliados, o de Arruda-Boyce foi o que apresentou um pico mais alto de erro relativo, em torno de 5%, enquanto o modelo de Yeoh teve um pico de 4%. Estes valores de erro relativo mostram que ambos os modelos conseguiram capturar satisfatoriamente o comportamento da curva tensão-deformação do cubo unitário, ao longo de toda a faixa de deformação imposta ao mesmo no estudo de validação em 3D.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os estudos de validação metodológica abordaram análises em duas e três dimensões, visando descrever e avaliar os conceitos aplicados na literatura especializada e no manual do software Abaqus®. Na simulação em 2D, foi possível reproduzir de maneira fidedigna os resultados encontrados analiticamente por Han, Duan e Wang (2020), na avaliação da deformação imposta em um tubo de paredes grossas fabricado em borracha natural. O maior valor de erro relativo encontrado na validação em 2D foi de 1,33% e estava relacionado à tensão radial calculada no décimo nó da malha, ou seja, a 0,5 mm da parede externa. É importante ressaltar que a deformação radial na parede externa do cilindro, nas condições de contorno impostas, é nula. Tal fato faz com que a função de erro relativo tenha uma assíntota vertical no décimo primeiro nó, ou seja, é esperado que a magnitude do erro aumente ao se aproximar do ponto de deformação radial nula. Com relação aos valores de tensão axial e tangencial calculados, o erro relativo não ultrapassou 0,33% em nenhum dos nós da malha de elementos finitos. A minimização do erro relativo em tais componentes de tensão pode ser associada à ausência de

¹ Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais, ibergh@gmail.com

² Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais, avila@demec.ufmg.br

assíntotas em seus cálculos, uma vez que as deformações axial e tangencial são diferentes de zero em todos os nós da malha.

No estudo de validação tridimensional, replicou-se o procedimento de simulação informado no Abaqus Benchmark Manual, o qual expõe um cubo de lado unitário a uma deformação uniaxial de até 600 % (6 mm/mm). Com isso, verificou-se que o modelo de Yeoh, em comparação ao de Arruda-Boyce, capturou com mais exatidão o comportamento do sólido ao longo de toda a faixa de deformações imposta. O modelo de Yeoh teve um pico de 3,8% erro relativo com aproximadamente 1 mm/mm de deformação, mas, no geral, o erro se manteve abaixo de 2% ao longo da simulação. Já o modelo de Arruda-Boyce apresentou picos de aproximadamente 5,2% com 0,1 e 2,5 mm/mm de deformação, exibindo valores de erro mais baixos que o modelo de Yeoh somente entre 0,6 e 1,8 mm/mm. Os valores de erro relativo encontrados na aplicação de ambos os modelos foram satisfatórios e coerentes com os resultados apresentados no Abaqus Benchmark Manual, onde as curvas de tensão-deformação são apresentadas apenas graficamente.

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho abordou essencialmente estudos cujo objetivo é validar a metodologia de análise por elementos finitos, nas quais se pretende aplicar as propriedades da borracha natural. Tal procedimento encontra aplicação em situações nas quais se deseja estimar, ainda em etapas iniciais de projetos mecânicos, o comportamento de um dado elemento de borracha, baseando-se em propriedades do material.

Analisando os resultados obtidos pela abordagem proposta, corrobora-se a viabilidade de validar uma metodologia de análise ao se replicar os resultados de ambos os estudos (2D e 3D). Tal ferramenta pode ter uma importância significativa no desenvolvimento de simulações de elementos finitos de elementos hiperelásticos como um todo, não somente restringindo-se à borracha natural.

Logo, mostrou-se, através da execução dos estudos de validação em 2D e 3D, que a metodologia de análise por elementos finitos aplicada no presente estudo encontra-se coerente com aquelas relatadas na literatura e nos manuais de utilização de softwares especializados, como o Abaqus®.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bortoli D, Wrubleski E, Marczak R J, Gheller Jr J. Hyperfit – curve fitting software for incompressible hyperelastic material models. Proceedings of the 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering; Natal-RN, Brasil, 2010. p. 1-10.

Dassault Systèmes Simulia Corp. ABAQUS - Theory Manual Version 6.8. Vélizy-Villacoublay, 2008.

Destrade M, Saccomandi G, Sgura I. Methodical fitting for mathematical models of rubber-like material. Proceedings of the Royal Society A, v. 473, n. 2198, p.1-22, 2017.

HAN Y, DUAN J; WANG S. Benchmark problems of Hyper-elasticity analysis in evaluation of FEM. Materials, v. 13, n. 4:885, 2020.

Österlöff R, Wentzel H, Kari L. An efficient method for obtaining the hyperelastic properties of filled elastomers in finite strain applications. Polymer Testing, v. 41, p. 44-54, 2015.

TRELOAR, L. R. G. Stress-Strain Data for Vulcanised Rubber under Various Types of Deformation. Transactions of the Faraday Society, v. 40, pp. 59–70, 1940.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal de Minas Gerais, ao Grupo FCA, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

PALAVRAS-CHAVE: Validação, Elementos finitos, Simulação, Borracha natural

¹ Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais, fbergh@gmail.com

² Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Minas Gerais, avila@demec.ufmg.br

